INSTITUT FÜR MATHEMATIK
UNIVERSITÄT HANNOVER
PROF. DR. K. STEFFENS
W. GREITE

17. März 2003

Klausur zur Diplomvorprüfung
MATHEMATIK FÜR INGENIEURE I

I.1. Im $\mathbb{R}^3$ sei ein Spat mit folgenden Eigenschaften gegeben:
Drei seiner Begrenzungsflächen liegen in den Ebenen
$E_1:\ -x+2y=0$, $E_2:\ -2x+4y+5z=0$ und $E_3:\ 6x+13y+10z=0$.
Seine Kanten haben sämtlich die Länge a .
Für welchen Wert a ist das Volumen des Spates 15 ?

I.2. Gegeben sei die lineare Abbildung $\varphi:\mathbb{R}^3\longrightarrow\mathbb{R}^3$ mit $\varphi(\vec{x})=\frac{1}{2}\begin{pmatrix}1&0&1\\0&2&0\\1&0&1\end{pmatrix}\vec{x}$.
Bestimmen Sie diejenige Matrix, die zu dieser Abbildung bezüglich der Basis
$B=\left\{\begin{pmatrix}1\\0\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}1\\1\\1\end{pmatrix},\begin{pmatrix}-1\\0\\1\end{pmatrix}\right\}$ gehört. Berechnen Sie $\varphi(\vec{a})$ für den Vektor
$\vec{a}\in\mathbb{R}^3$, dessen Koordinatenvektor bezüglich B $\begin{pmatrix}1\\2\\3\end{pmatrix}$ ist.

I.3. Gegeben sei die komplexe Zahl $z=\frac{1}{2}(1+\sqrt{3}\,i)$.
Berechnen Sie den Real- und den Imaginärteil der komplexen Zahl $w=\sum\limits_{n=0}^{8} z^n$.

I.4. Bestimmen Sie die Menge aller $(a,b)\in\mathbb{R}^2$, für die die folgenden, in Abhängigkeit von a und b definierten, drei Ebenen keinen gemeinsamen Punkt besitzen und skizzieren Sie diese Punktmenge in der Ebene. Gibt es Punkte $(a,b)\in\mathbb{R}^2$, für die die drei Ebenen eine gemeinsame Schnittgerade haben ?
$E_1:\ x_1+5x_2-3x_3=2$, $E_2:\ -x_1+(a-5)x_2-5x_3=-6$,
$E_3:\ 8x_1+39x_2+(b-24)x_3=16$.

I.5. Gegeben seien die Punkte $A=(0,4)$, $B=(3,0)$ und $C=(-3,0)$.
$P=(0,y)$ sei ein Punkt auf der y-Achse mit $0\le y\le 4$.
Für welche Werte von y nimmt die Summe der Abstände von P zu A , B und C absolute Extremwerte an ?