E-Technik

INSTITUT FÜR MATHEMATIK
UNIVERSITÄT HANNOVER
PROF.DR.U.SCHMIDT-WESTPHAL
W. GREITE

15. März 2004

Klausur zur Diplomvorprüfung
MATHEMATIK FÜR INGENIEURE I

I.1. Gegeben seien die windschiefen Geraden

$g_1 : \vec{x} = (0,0,1) + t\,(0,1,1)$ und $g_2 : \vec{x} = (1,0,0) + t\,(1,0,1)$ $(t \in \mathbb{R})$

sowie der Punkt $P_1 = (0,1,2)$ auf g_1 .

a) Bestimmen Sie die Fußpunkte F_1 (auf g_1) und F_2 (auf g_2) des Lotes zwischen g_1 und g_2 .

b) Bestimmen Sie eine Parameterdarstellung der Geraden g_3 durch F_1 , die senkrecht zur Geraden durch F_1 und F_2 und senkrecht zu g_1 verläuft.

c) Bestimmen Sie einen Punkt Q auf g_3 so, dass das Volumen des Tetraeders mit den Eckpunkten F_1 , F_2 , P_1 und Q gleich $\frac{20}{27}$ ist.

I.2. Für welche Werte des Parameters $\alpha \in \mathbb{R}$ ist die Lösungsmenge des folgenden Gleichungssystems ein zweidimensionaler Unterraum des $\mathbb{R}^5$?

Geben Sie für diese α eine Basis des Lösungsraums an.

$$\begin{array}{rcrcrcrcrcl} x_1 & - & x_2 & + & x_3 & & & + & x_5 & = & 0 \\ -2x_1 & + & 2x_2 & & & - & 2\alpha x_4 & - & 4x_5 & = & 0 \\ x_1 & - & x_2 & + & x_3 & + & \alpha x_4 & + & (2-\alpha)x_5 & = & 0 \\ 2x_1 & - & 2x_2 & + & x_3 & + & \alpha x_4 & + & (2+\alpha)x_5 & = & 0 \end{array}$$

I.3. a) Bestimmen Sie den Grenzwert der Folge (a_n) mit $a_n = \left(\sum\limits_{k=0}^{\infty} \left(\frac{1}{n+1}\right)^k \right)^n$.

b) Zeigen Sie, dass die rekursiv definierte Folge (a_n) mit $a_1 = \sqrt{2}$ und $a_{n+1} = \sqrt{2a_n}$ durch 2 nach oben beschränkt und zudem monoton wachsend ist. Bestimmen Sie den Grenzwert dieser konvergenten Folge.

I.4. Bestimmen Sie die Lösungen der Gleichung $(z^3)^2 - 9z^3 + 8 = 0$.

Skizzieren Sie dasjenige Gebiet in der komplexen Zahlenebene, das von den Verbindungslinien der Lösungen mit dem kleinerem Abstand von Null und den Verbindungslinien der Lösungen mit dem größeren Abstand von Null eingeschlossen wird.

I.5. Bestimmen Sie Gleichungen für die durch den Punkt $(\frac{7}{3}, 0)$ verlaufenden Tangenten an den Graphen des Polynoms p mit $p(x) = x^3 - 3x - 2$.

Liegt auf einer dieser Tangenten ein lokaler Extrempunkt des Polynomgraphen ? Bestimmen Sie gegebenenfalls die Art dieses Extrempunktes.